

الگوهای فطی و غیر فطی

به نام خدا

الگوهای فطی:

الگوی فطی به الگویی گفته میشه که در اون **افتلاف هر جمله با جمله قبلیش به عدد ثابت باشه.**

الگوی زیر رو بینیم:

0 , 5 , 10 , 15 , 20 , 25 , 30 , 35 ,

در این الگو افتلاف بین هر جمله با جمله قبلیش ۵ هست. پس این الگو یه الگوی فطیه.

مثال بعد:

7 و 10 و 13 و 16 و 19 و 22 و ...

در این الگو هم افتلاف بین هر جمله با جمله قبلیش ۳ هست. پس این الگو یه الگوی فطیه.

الگوی زیر رو با هم بینیم:

21 و 23 و 26 و 30 و 35 و ...

این الگو به الگوی فطی نیست، هتما میدونید چرا

در اینجا جمله اول و دوم ۲ تا اختلاف دارن

جمله دوم و سوم ۳ تا اختلاف دارن

جمله سوم و چهارم ۴ تا اختلاف دارن

جمله چهارم و پنجم ۵ تا اختلاف دارن و

چون اختلاف جمله‌های متوالی با هم برابر نیست، بنابراین این الگو به الگوی غیرفطیه.

الگوها همیشه با جملاتشون نشون داده نمیشن و اغلب اوقات یک الگو با جمله عمومی نمایش نمایش داده میشه، فب حالا آکه الگو رو با جمله عمومی به ما نشون داده بودن بطوری بفهمیم فطیه یا نه؟

آکه جمله عمومی دنباله به صورت $t_n = a_n + b$ باشه، در حالی که a و b اعداد حقیقی دلخواه باشن، اونوقت می‌گیم الگوی داده شده فطیه. چرا؟

چون آکه جملات این الگو رو بنویسیم، اختلاف هر جمله با جمله قبلیش به عدد ثابت میشه و در تعریف الگوی فطی صدق میکنه. پس داریم:

به طور کلی الگوهای را که جمله عمومی آنها به صورت $t_n = an + b$ است، الگوهای خطی می‌نامیم که در آن a و b اعداد حقیقی دلخواه و ثابت هستند.

ما تعریف الگوی فطی رو با هم دیدیم. حالا به سوال:

اصلا چرا به الگوی با این مشخصات میگیریم الگوی فطی؟ آیا این نامگذاری علت خاصی داره؟

بله ، آگه ما نقاط این الگو رو تو صفه‌ی مشخصات نشون بدیم، همه‌ی این نقاط روی یک خط قرار میگیرن. چه فطی؟

آگه به جای t_n قرار بدیم y و به جای n قرار بدیم x ، معادله اون خط به دست میاد:

$$y = ax + b$$

نکته‌ی مهمی که در اینجا وجود داره اینه که شیب این خط (یعنی a)، همون عددی هست که در هر مرحله به جملات اضافه میشه.

جمله عمومی الگوی زیر رو ببینید:

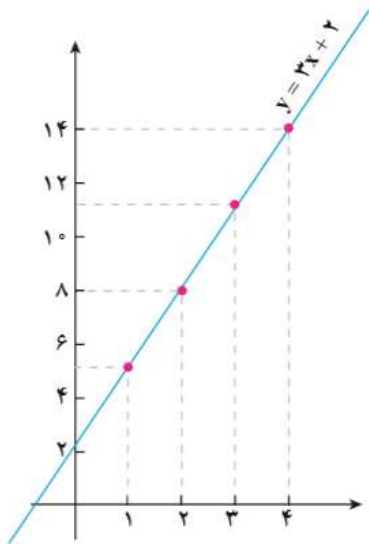
$$t_n = 3n + 2$$

نقاط این الگو چیا هستن؟

n	a_n	(n, a_n)
۱	۵	(۱, ۵)
۲	۸	(۲, ۸)
۳	۱۱	(۳, ۱۱)
۴	۱۴	(۴, ۱۴)
.	.	.
.	.	.
.	.	.

نقاط این الگو روی خط زیر قرار میگیرن:

$$y = 3x + 2$$



فب با مطالبی که یاد گرفتیم به سوال حل می‌کنیم:

در یک الگوی فطی، جملات چهارم و دهم به ترتیب ۱۷ و ۴۱ می‌باشند، جمله عمومی الگو را بیابید.

قدم به قدم پیش می‌بریم، باید از اطلاعات صورت مساله استفاده کنیم:

۱. گفته الگوی فطی... پس ما می‌فهمیم جمله عمومی الگو به صورت زیره:

$$c_n = a_n + b$$

کاری که ما باید انجام بدهیم اینه که مقدار a و b رو به دست بیاریم.

۲. گفته جمله چهارم برابر ۱۷ هست، از این جمله پی می‌فهمیم؟

آگه به جای n قرار بدهیم ۴، اونوقت c_n برابر ۱۷ میشه.

این عددها رو در جمله عمومی الگو قرار میدیم:

$$17 = 4a + b$$

۳. گفته جمله دهم برابر ۴۱ هست، از این جمله پی می‌فهمیم؟

آگه به جای n قرار بدهیم ۱۰، اونوقت c_n برابر ۴۱ میشه.

این عددها رو در جمله عمومی الگو قرار میدیم:

$$41 = 10a + b$$

حالا دو تا معادله داری با دو تا مجهول، این معادله‌ها رو حل می‌کنیم تا a و b به دست بیان. بنابراین:

$$a = 4, b = 1$$

پس جمله عمومی به صورت زیر میشه:

$$c_n = 4n + 1$$

اگه بخوایم جملات این الگو رو بنویسیم، باید به جای n اعداد 1 و 2 و ... بذاریم:

$$c_1 = (4 \times 1) + 1 = 5$$

$$c_2 = (4 \times 2) + 1 = 9$$

$$c_3 = (4 \times 3) + 1 = 13$$

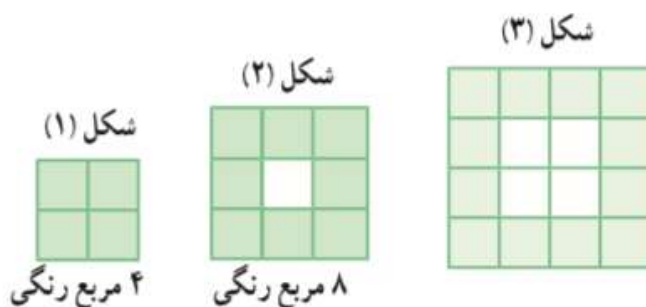
$$c_4 = (4 \times 4) + 1 = 17$$

...

$$5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, 45, \dots$$

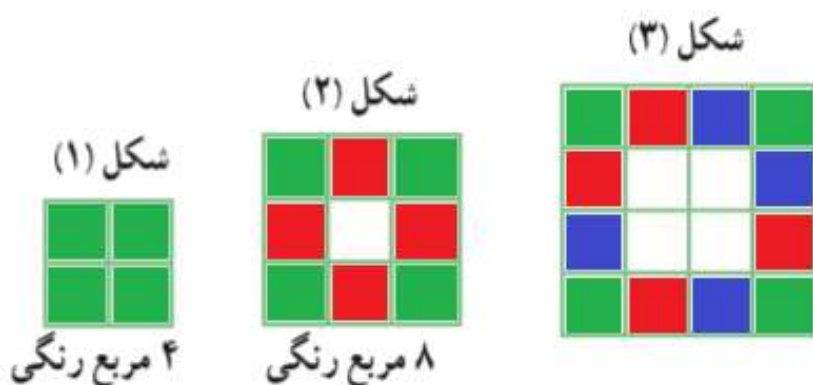
کار در کلاس

۱ شکل بعدی را در الگوی زیر رسم و جدول را کامل کنید.



n : شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵
b_n : تعداد مربع های رنگی	۴	۸
رابطه بین b_n و n	$b_1=4$	$b_2=$

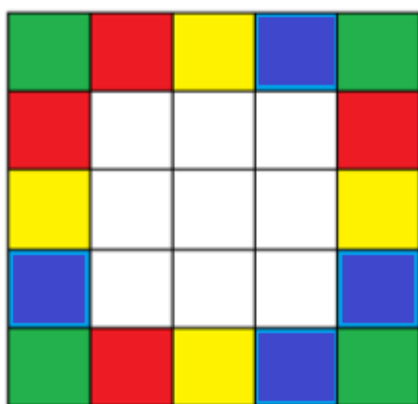
اگر به شکلها دقت کنیم می بینیم که در هر مرحله ۴ تا مربع رنگی اضافه شده



در شکل اول ۴ تا مربع سبز داشتیم، در شکل دوم ۴ تا مربع قرمز بوش اضافه شده و در شکل سوم هم ۴ تا مربع آبی اضافه شده

پس اگر بخوایم شکل چهارم، ۴ تا مربع رنگی به شکل سوم اضافه میشه.

نکته ای که باید بوش توجه کنیم اینه که هر کدوم از این ۴ مربع رنگی، به یک ضلع اضافه میشه



در این شکل ۴ مربع رنگی (زرد) به شکل سوم اضافه شده.

اگر تعداد کل مربع‌های رنگی رو بشماریم، برابر ۱۶ هست. برای مراحل بعد هم به همین صورت عمل می‌کنیم. بنابراین داریم:

n : شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵
b_n : تعداد مربع‌های رنگی	۴	۸	۱۲	۱۶	۲۰
رابطه بین b_n و n	$b_1 = 4$	$b_2 = 8$	$b_3 = 12$	$b_4 = 16$	$b_5 = 20$

۲ توضیح دهید که چرا این الگوی خطی محسوب می‌شود.

پس اختلاف هر جمله با جمله قبلیش برابر ۴ هست.

۳ با توجه به میزان افزایش جملات الگو، مقدار a در رابطه $b_n = an + h$ را بیابید و پس از حدس زدن مقدار h ، حاصل b_n را به دست آورید.

اگر به n و b_n نگاه کنیم به راحتی ارتباط بین اون‌ها رو متوجه می‌شیم. در هر مرحله b_n چهار برابر n هست، بنابراین داریم:

$$b_n = 4n$$

پس مقدار h در این الگو برابر ۰ و مقدار a برابر ۴ هست.

۴ شکل شماره ۲۵۰ دارای چند مربع رنگی است؟

وقتی تعداد مربع‌های رنگی شکل ۲۵۰ رو می‌فواد، باید در جمله عمومی به جای n بزاریم ۲۵۰:

$$b_{250} = 4 \times 250 = 1000$$

*** پس شماره‌ی شکل یا شماره‌ی مرحله، همون n هست ***

۵ در چه مرحله‌ای از الگوی بالا، تعداد مربع‌های رنگی برابر ۱۴۴ است؟

گفته در چه مرحله‌ای ...

یعنی شماره مرحله n رو از ما می‌فواد، یعنی n رو

چی رو به ما داده؟ تعداد مربع‌های رنگی رو، یعنی b_n رو

پس داریم:

$$144 = 4n$$

بنابراین:

$$n = 36$$

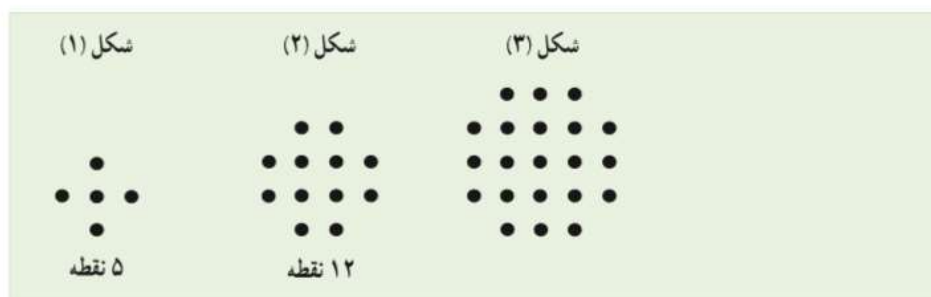
در مرحله ۳۶ تعداد مربع‌های رنگی برابر ۱۴۴ هست.

الگوهای غیر فطی:

تا اینجا با الگوهای فطی آشنا شدیم، با یه مثال الگوهای غیر فطی رو هم یاد می‌گیریم:

فعالیت

۱ در الگوی زیر، شکل بعدی را رسم کنید و جدول را کامل نمایید.

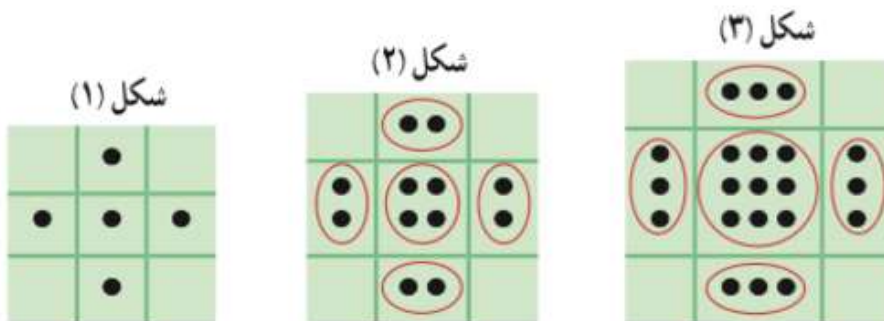


شماره شکل : n	۱	۲	۳	۴	۵
تعداد نقطه‌ها : t_n	۵	۱۲
رابطه بین n و t_n	$t_1 = 5$	$t_2 =$

تعداد دایره‌های شکل سوم رو می‌شماریم برابر ۲۱ هست.

با همین سه تا جمله‌ای که داریم می‌تونیم بفهمیم که این الگو فطی نیست، چون اختلاف بین جمله اول و دوم ۷ تاس ولی اختلاف بین جمله سوم و چهارم ۹ تا

حالا می‌فوییم شکل چهارم رو بکشیم، باید به ارتباط بین تعداد دایره‌های این شکلها پیدا کنیم. شکلها رو به صورت زیر دسته‌بندی می‌کنیم:



باید توجه داشته باشیم که پیدا کردن ارتباط الگوهای غیر فطی، به مقدار سفت‌تر از الگوهای فطی. پس برای الگوهای غیر فطی باید به کم بیشتر فکر کنیم 😊

به وسط هر سه تا شکل توجه کنید، چند تا دایره داریم؟

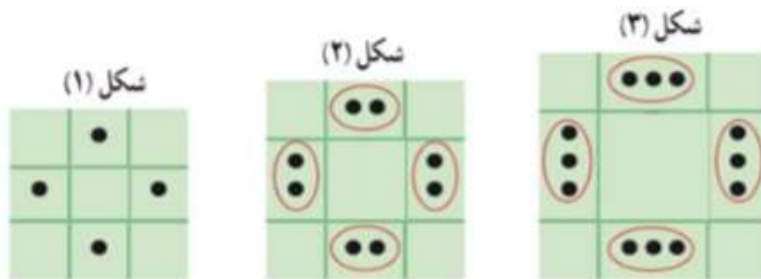
۱ ، ۴ ، ۹

می‌تونیم این عددها رو به صورت زیر بنویسیم:

$$1 = 1^1 \quad , \quad 4 = 2^2 \quad , \quad 9 = 3^2$$

و آگه به همین صورت ادامه بدیم، می‌تونیم بگیم تعداد دایره‌های وسط هر شکل در مرحله n برابره با: n^2

پس تعداد دایره‌های مرکز شکلها رو به دست آوردیم، حالا می‌فوییم ارتباط بین شماره شکل و دایره‌های اطراف رو به دست بیاریم:



به راحتی متوجه می‌شیم که تعداد دایره‌های اطراف هر شکل، 4 برابر شماره‌ی شکل هست، یعنی $4n$

دو تا مقدار به دست اومده رو با هم جمع می‌کنیم تا جمله عمومی الگو رو به دست بیاریم:

$$t_n = n^2 + 4n$$

حالا می‌تونیم تعداد دایره‌های هر مرحله رو به راحتی به دست بیاریم:

$$t_1 = 1^2 + (4 \times 1)$$

$$t_2 = 2^2 + (4 \times 2)$$

$$t_3 = 3^2 + (4 \times 3)$$

$$t_4 = 4^2 + (4 \times 4)$$

$$t_5 = 5^2 + (4 \times 5)$$

.....

بنابراین به وقتایی برای به دست آوردن جمله عمومی می‌توانیم شکل رو به دو یا چند قسمت مختلف تقسیم کنیم تا بتونیم ارتباط بین اونها رو به دست بیاریم.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam10tr](https://www.instagram.com/RiaziBaHam10tr)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.